

22° CONGRESSO NACIONAL DE TRANSPORTE AQUAVIÁRIO, CONSTRUÇÃO NAVAL E OFFSHORE - SOBENA 2008

RESISTÊNCIA DE PLACAS IMPERFEITAS SOB COMPRESSÃO AXIAL

José Manuel Gordo jose.gordo@ist.utl.pt CENTEC, IST Universidade Técnica de Lisboa

Resumo

É analisado o comportamento de placas restringidas sob acção de carregamento axial compressivo. Usou-se o método dos elementos finitos para a análise não linear de analisaram-se placas е 56 casos correspondentes a diferentes níveis de esbelteza a qual variou entre 0.35 e 3.46. Foram considerados diversos modos das imperfeições iniciais e estudada a influência da amplitude das distorcões associada a cada modo. O estudo estabelece a resistência última mínima deste tipo de placas.

1. Introdução

A resistência última de placas sob compressão é dependente de um grande número de parâmetros geométricos. construtivos e relacionados materiais com as suas propriedades mecânicas. A variação de cada um dos parâmetros na gama normal de utilização conduz, na maior parte dos casos a variações da resistência máxima que podem assumir valores bastante elevados e de uma forma mais geral do comportamento na forma das curvas tensão versus extensão virtual médias. Tais variações requerem quantificação de forma a que estas possam ser incluídas nos códigos de projecto e, complementarmente, utilizadas em estudos de sensibilidade e fiabilidade.

Este trabalho analisa o comportamento de placas típicas de navios para vários tipos de imperfeições iniciais através da utilização do método dos elementos finitos. Para várias relações entre a geometria e a espessura da placa é analisada a influência da geometria das imperfeições iniciais na resistência última de placas simplesmente apoiadas, com e sem restrição ao movimento dos bordos não carregados externamente. Quer a geometria das imperfeições quer o grau de constrangimento dos bordos originam graus de resistência bastante diferentes, podendo as diferenças ultrapassar os 20% da resistência da placa. Também o comportamento pós colapso e a resistência residual são bastante condicionados por estes dois parâmetros.

A comparação entre os resultados e os códigos de projecto conduz à conclusão de que é possível incluir este parâmetros nos códigos existentes através da introdução de factores correctivos que permitam prever fielmente a resistência da placa sob compressão, uma vez conhecido o seu estado inicial e o seu enquadramento estrutural.

Constitui, ainda, fonte de informação para a parametrização correcta dos modelos de fiabilidade.

O conhecimento das condições mais degradantes da resistência última da placa permite ainda estabelecer as condições de inspecção que devem ser satisfeitas para a garantia de uma integridade estrutural localmente aceitável.

Apesar dos limites de resistência serem suficientes para projectar localmente OS componentes de uma estrutura. 0 comportamento conhecimento do dos componentes dessa estrutura, e em particular dos elementos de placa nas diversas fases do carregamento, é muito importante guando se pretende estimar os níveis de segurança da estrutura e saber o seu comportamento global (Gordo, 2002).

Assim, é imperioso conhecer as curvas de resposta das placas quando se pretende analisar a resistência de elementos estruturais compostos tais como placas reforçadas

(Gordo e Guedes Soares, 1993) ou estruturas de paredes finas (Gordo *et al.* 1996).

Para satisfazer ambas as necessidades desenvolveu-se um estudo paramétrico usando o método dos elementos finitos, com o qual se estudou o comportamento elastoplástico de placas simplesmente apoiadas e restringidas nos bordos não carregados, sujeitas a compressão longitudinal axial.

2. Modelo de placa

Simulou-se o comportamento estrutural de 56 placas através do programa comercial ANSYS (2007), utilizando as opções para a análise elastoplástica e convergência pelo comprimento do arco. O elemento escolhido foi o SHELL93 de oito nós e foram usados 1200 elementos em cada placa.

As placas tem um comprimento *L* de 3000 mm, uma largura *b* de 1000 mm, a que corresponde uma razão de dimensões α de 3, e estão agrupadas por espessuras *t* de 100, 60, 50, 40, 30, 25, 20, 15 e 10 mm.

Os quatro primeiros grupos de espessuras não tem interesse prático para o projecto de navios mas o seu estudo permitiu definir a resistência de placas para uma gama alargada de esbelteza de placas, β, dada por:

$$\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_o}{E}} \tag{1}$$

Em que *E* é o módulo de elasticidade do material, que se considerou ser de 200 GPa, e σ_o é a tensão de cedência do material que se tomou igual a 240 MPa. Assume-se que o material tem um comportamento elástico perfeitamente plástico, isto é, sem encruamento após o limite de cedência.

As condições fronteira são de apoio simples permitindo a rotação em torno dos topos e das bainhas. O movimento linear perpendicular às bainhas no plano da placa não é permitido, o que corresponde à designação de placa restringida (Gordo, 2007).

Nestas circunstâncias, a aplicação de uma força externa nos topos gera um estado biaxial de tensões na placa devido ao efeito de Poisson e à magnificação das imperfeições iniciais.

As imperfeições geométricas iniciais têm uma amplitude w_o de b/200, isto é, de 5 mm para estas placas, e apresentam uma distribuição espacial dada por:

$$w = w_o \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{\pi y}{b}$$
(2)

O parâmetro *m* representa o número de semi ondas e neste estudo varia desde 1, para a placa no modo fundamental, até 6, correspondente a um comprimento de onda longitudinal igual à largura da placa dado α =3. A Figura 1 representa a placa, a sua malha e as imperfeições iniciais correspondentes ao modo *m*=6.



Figura 1 – Modelo de placa, malha e imperfeições iniciais

3. Curvas tensão extensão médias de placas restringidas

Nas figuras seguintes apresentam-se as curvas da tensão média em função do encurtamento longitudinal médio dado por $\Delta L/L$ para os diversos grupos de placas.

As placas dos grupos *b/t* iguais a 10, 16.7, 20 e 25 não são usuais em estruturas navais mas apresentam-se para definir melhor esta gama de esbelteza e quantificar a degradação de resistência resultante do aumento do modo das imperfeições iniciais em placas com comportamento predominantemente plástico.

A resistência máxima das placas b/t=10 e 16.7, Figura 2, não apresenta grande dependência do modo *m*. Como seria de esperar, devido à restrição ao movimento lateral, a tensão máxima é superior à tensão de cedência e está muito próxima do limite teórico dado pelo critério de von Mises, que é 1.125 σ_o dada pela fórmula seguinte, onde v é o coeficiente de Poisson:

$$\sigma_x = \frac{\sigma_0}{\sqrt{1 + v^2 - v}} \tag{3}$$

Também o declive inicial das curvas, designado por módulo inicial estrutural tangente é superior ao módulo de Young do material e praticamente igual ao teórico que é E=1.099E. O maior módulo estrutural foi encontrado na placa b/t=10 e m=1 com o valor de 220 GPa.

Note-se ainda que nas placas 16.7 já se nota a diminuição da resistência para o modo 6.



Figura 2 – Comportamento de placas *b/t*=10 e *b/t*=16.7

As placas com *b/t*=20, Figura 3, já apresentam um dependência nitida do modo das distorções. A diminuição de resistência é de 9% ao passar de *m*=1 para 6.

A partir do momento em que é atingida a resistência máxima, a capacidade de carga mantém-se praticamente inalterada não havendo descarga significativa.



Figura 3 - Comportamento de placas b/t=20



Figura 4 - Comportamento de placas b/t=25



Figura 5 – Comportamento de placas b/t=33

Nas placas *b/t*=25, Figura 4, já é visivel uma descarga após o colapso, em particular para os modos 1 e 2. Para extensões plásticas elevadas a resposta tende a ser igual em todas as placas.

Este comportamento é ainda mais marcado para placas com *b/t*=33, Figura 5. No entanto a resistência tende a ser mesma para modos iguais ou superior ao 4. Para este grupo, as curvas de resposta das placas com modos elevados já apresentam valores de resistência máxima inferiores à tensão de cedência.

Note-se que as espessuras correspondentes a este grupo já são comuns em alguns dos grandes navios, em particular nas zonas mais esforçadas.

As curvas mantêm as mesmas características nas placas *b/t*=40, Figura 6. A única diferença é afectação por um factor de escala que reduz os valores máximos da tensão.

O módulo estrutural tangente ainda se mantém ligeiramente acima do módulo de Young em toda a fase inicial de carga.



Figura 6 - Comportamento de placas b/t=40

Nas placas com esbeltez igual ou superior a b/t=50, Figura 7 e seguintes, os fenómenos associados à instabilidade elástica começam a ser cada vez mais dominantes comparativamente aos de natureza plástica. Nas placas com m=1, o colapso tende a ser localizado ou conduzir a um aumento do modo predominante da deformada da placa.

Por seu lado, o módulo estrutural torna-se bastante dependente do comprimento de onda das distorções da placa. Esta dependência é mais nítida com o aumento da esbeltez.

A placa com modo fundamental evidencia um comportamento linear praticamente até ao colapso, o qual ocorre pela primeira vez nesta sequência a um encurtamento normalizado inferior a 1. Assiste-se depois a uma queda acentuada de resistência com mudança de modo e, finalmente a partir de 1.5 de encurtamento, a placa segue o percurso das suas semelhantes de modo superior a 3.



Figura 7 – Comportamento de placas b/t=50

Aumentando a esbelteza para b/t=67, Figura 8, acentuam-se as diferenças na resistência

máxima entre as placas de modo superior a 3 relativamente às de modos mais baixos.

A resistência última mínima para estas placas medianamente esbeltas e muito comuns em navios, tende a ter valor baixos, pouco superior a 60% da tensão de cedência.

Para os modos mais baixos das distorções, a extensão nominal à qual ocorre o colapso tende a ser inferior à extensão de cedência.



Figura 8 – Comportamento de placas b/t=67 As placas muito esbeltas, Figura 9, tendem a ter uma história muito complicada para os modos mais baixos. Os fenómenos de mudança de modo ocorrem a extensões baixas, aproximando a resposta destas placas para a resposta das placas com modos superiores a 4.

Estas placas, β =3.46, encontram-se no limite de utilização estrutural em navios, aparecendo em zonas pouco importantes de navios com estrutura muito optimizada.

A resistência é inferior a 50% da tensão de cedência, mas nota-se uma resistência acrescida da placa com m=4 relativamente às placas com m igual a 5 e 6.

A tensão última máxima é superior a 60% da tensão de cedência o que faz com a redução de resistência associada ao modo das distorções seja superior a 20%.



Figura 9 - Comportamento de placas b/t=100

4. Resistência Máxima

Na Tabela 1 compilam-se os resultados da tensão média última normalizada pela tensão de cedência do material. Nas últimas duas linhas apresenta-se a diferença entre a tensão última máxima e a mínima, $\Delta\sigma$, e a percentagem de variação da resistência relativamente à resistência mínima devido ao modo das distorções.

Conclui-se que, para placas usuais de navios, as diferenças na resistência da mesma placa podem atingir valores da ordem dos 30% exclusivamente devido ao modo das imperfeições iniciais predominantes.

t	10	15	20	25	30	40
b/t	100	67	50	40	33	25
m=1	0,522	0,800	0,961	1,053	1,076	1,109
m=2	0,631	0,823	0,913	0,975	1,028	1,091
m=3	0,615	0,701	0,799	0,891	0,965	1,060
m=4	0,517	0,632	0,744	0,844	0,923	1,023
m=5	0,482	0,614	0,733	0,835	0,909	1,002
m=6	0,475	0,615	0,742	0,838	0,905	0,991
Δσ	0,156	0,209	0,228	0,218	0,171	0,118
Δσ/σ _m (%)	32,8	34,0	31,1	26,1	18,9	11,9

Tabela 1 - Resistência última de placas

Em termos absolutos, a gama mais sensível é a das placas moderadamente esbeltas com b/t entre 40 e 67. A Figura 10 apresenta graficamente estes resultados.





Figura 10 – Resistência última de placas em aço normal de construção naval

A Figura 11 apresenta as curvas tensão extensão mínimas para cada esbelteza. O facto mais saliente, para além da diminuição da capacidade de carga com β , é o baixo nível de perda de carga após o colapso, o que é, do ponto de vista estrutural, um indicador de garantia de um bom nível de reserva de resistência após colapso em estruturas mais complexas compostas de elementos de placa.



Figura 11 - Curvas tensão extensão mínimas para placas restringidas com distorções de amplitude *b*/200.

Para se compreender as diferenças na resistência máxima de placas restringidas relativamente às placas simplesmente apoiadas e livres de mover as bainhas no plano, apresenta-se, na Figura 12, a fórmula de Faulkner (1975) para a estimativa da largura efectiva de placas que é dada por:

$$\phi_f = \frac{2}{\beta} - \frac{1}{\beta^2} \tag{4}$$

Compara-se ainda com as fórmulas de Gordo (2002) para a previsão da efectividade de placas restringidas com modo das imperfeições iniciais crítico e duplo do crítico.

A resistência normalizada de placas restringidas com modo inicial das imperfeições crítico (m= α) é dado por:

$$\phi_{pc} = \beta^{-0.44}; \text{máximo 1.07}$$
 (5)

e com modo das distorções duplo do crítico (m= 2α), assume a forma de:

$$\phi_{pd} = \beta^{0.02 \cdot \alpha - 0.59};$$
 máximo 1.05 (6)

Estes resultados foram obtidos usando a aplicação de elementos finitos PANFEM e a amplitude das distorções eram iguais a $0.1t\beta$. Esta amplitude é inferior à usada neste estudo em cerca de um factor de 5.

Da comparação resulta imediatamente que a resistência média de placas simplesmente apoiadas é cerca de 10% superior à resistência de placas restringidas com imperfeições iniciais no modo duplo do crítico e amplitude das imperfeições próxima dos limites máximos admissíveis e, portanto levada. Só para placas com esbelteza inferior a um, se inverte a relação de resistência.

Conclui-se ainda que a equação (5) é válida mesmo para amplitudes das distorções elevadas e representa o limite mínimo da resistência máxima de placas restringidas.



Figura 12 - Comparação com outras fórmulas

É ainda evidente que a modelação de placas com modo crítico das distorções não garante a obtenção de um minorante da resistência, podendo o resultado ser optimista. Tal situação é particularmente relevante para esbelteza superior 1.5.

Amplitude das imperfeições iniciais e resistência máxima da placa

A amplitude das imperfeições iniciais da placa nos seus diversos modos de configuração tem implicações enormes quer no modo final de colapso quer no valor máximo da resistência da placa na direcção do carregamento. O comportamento pós colapso pode ainda ser afectado, conduzindo, nalguns casos, a uma descarga rápida da placa a qual pode estar associada a fenómenos de mudança de configuração instantânea (snap-through).

Estudou-se o comportamento de placas mais típicas em navios, aumentando-se progressivamente a amplitude das imperfeições para os modos mais significativos (*m*=1 e 6) e identificou-se as variações na resistência da placa daí resultantes.

Os resultados para as curvas tensão extensão médias são apresentados na Figura 13 e Figura 14, respectivamente para placas medianamente espessas (b/t=40) e esbeltas (b/t=67).



Figura 13 – Comportamento de placas espessas com *b/t*=40. Influência da amplitude das distorções.

A amplitude das imperfeições, w_p , é representado pelo parâmetro k que multiplica o valor de referência das amplitude das imperfeições (b/100):

$$w_{\rho} = k \frac{b}{200} \tag{7}$$



Figura 14 – Comportamento de placas esbeltas com *b/t*=67. Influência da amplitude das distorções.

As placas espessas com o modo fundamental das imperfeições iniciais (m=1) não são muito sensíveis ao aumento das imperfeições, em particular na zona de pré colapso. A resistência máxima sofre uma pequena redução de 6% quando se aumenta a amplitude de 10 vezes. No entanto, a placa com uma amplitude inicial menor (k=0.1) sofre um decréscimo acentuado de resistência após o colapso devido ao desenvolvimento de uma configuração geométrica diferente. A sua resistência a uma extensão de 2 é substancialmente inferior à da placa com k=1. Estas diferencas resultam directamente da forma da deformada desenvolvida pela placa durante a fase de colapso.

A placa com imperfeições iniciais menores (k=0.1) desenvolve uma deformada após o colapso concentrada numa faixa estreita da placa, exemplificado na Figura 15 para a fase de resistência máxima, passo 14, e ainda antes e depois do máximo.

A placa com maiores imperfeições iniciais (k=1) tende a desenvolver uma deformada complexa com uma forte componente em m=5, para além da componente inicial m=1. A Figura 16 mostra a evolução da deformada para este caso, na fase de colapso, para os passos 14, 15 e 16.

Pelo contrário, a diminuição da resistência máxima em placas com um modo inicial igual a 6, isto é, com um comprimento de onda igual à largura da placa, é muito elevada. A placa quase perfeita (k=0.1) tem uma resistência de 1.080 a qual caí para 0.838 quando k=1, correspondente a uma diminuição de 24% na resistência última. Uma placa tipicamente danificada (k=2), com distorções muito acima dos valores permitidos, vê a sua resistência

diminuída para 0.717, ou seja, uma redução acrescida de mais 15%.



Figura 15 – Evolução da deformada durante o colapso da placa *b/t*=40 com *k*=0.1

Para este modo, a descarga após o colapso é suave e a curva tensão extensão médias tende a ser plana para distorções elevadas. As placas mais esbeltas, Figura 14. tipicamente apresentam 0 mesmo comportamento das anteriores para distorções iniciais no modo 6 e os níveis de redução de resistência máxima por accão do aumento das distorções é da mesma ordem de grandeza. Mas as placas com modo fundamental apresentam um comportamento diferente, reduzindo o módulo tangente a uma extensão de aproximadamente 0.5, o que evidencia o inicio de instabilidade elástica. A redução é mais acentuada na placa quase perfeita (k=0.1), levando mesmo a que esta apresente uma resistência máxima inferior à da placa com m=1 e k=1, ao contrário do que seria de esperar em condições normais.



Figura 16 – Evolução da deformada durante o colapso da placa b/t=40 com k=1

A Figura 17 mostra em detalhe a curva tensão extensão médias da placa b/t=67 e k=0.1 e ainda da tensão transversal induzida devido ao efeito de Poisson associado à restrição ao movimento linear das bainhas. Tal situação deve-se a uma alteração substancial no modo da deformada que passa instantaneamente do modo fundamental para o modo crítico ($m=\alpha$). Esta mudança de modo está representada na Figura 18, em que se apresenta a deformada na parte elástica do carregamento, seguida da deformada no primeiro máximo de carga.



Figura 17 – Curva tensão longitudinal (ADSTR) média da placa *b/t*=67 e *k*=0.1 e da tensão transversal induzida (ADSTRY).



Figura 18 – Evolução da deformada durante o 'snap-through' da placa *b/t*=67 e *k*=0.1

Este máximo corresponde à passagem do meio da placa pelo plano de mediania da mesma. Segue-se a deformada após esta instabilidade estrutural a uma tensão normalizada de 0.58.

Note-se ainda que o valor máximo da tensão transversal compressiva é bastante elevado, e é exactamente a existência desta tensão elevada que promove a mudança de modo por instabilidade elástica. Após a bifurcação a tensão transversal baixa progressivamente, acabando por se anular perto da carga de colapso pelo desenvolvimento de deformações da placa cada vez maiores. Na fase final, na região de pós colapso, a tensão transversal inclusivamente torna-se de traccão. contrariando de alguma forma a ampliação da deformada fora do plano da placa.

6. Tensão transversal induzida associada à restrição

Dadas as restrições ao movimento no plano da bainhas das placas, torna-se importante quantificar as tensões axiais induzidas na direcção perpendicular ao carregamento da placa.

Assim apresenta-se os resultados obtidos para as placas com geometria das distorções geradoras de mínimos da resistência máxima na Tabela 2. A Figura 19 representa graficamente esses resultados sendo evidente que o estado de tensão destas placas no colapso é biaxial duplamente compressivo e o nível de tensões transversais pode atingir valores elevados, diminuindo à medida que a esbelteza aumenta.

Tabela 2 – Estado de tensão no colapso de placas com *m*=6

			Extensão	Tensão	Tensão
t	b/t	β	$\Delta L/L$	Máxima	Induzida
10	100	3.46	1.199	0.475	0.002
15	67	2.31	1.138	0.618	0.096
20	50	1.73	1.134	0.742	0.169
25	40	1.39	1.081	0.838	0.222
30	33	1.15	1.141	0.905	0.259
50	20	0.69	1.479	1.044	0.347

A partir da esbelteza 3.5, a tensão transversal média induzida à altura do colapso da placa passa a ser de tracção porque a amplitude da deformada atinge valores que anulam o efeito de Poisson.

De facto, a razão entre a tensão induzida e a tensão aplicada é da ordem do coeficiente de Poisson, na fase inicial elástica do carregamento, mas decresce à medida que a extensão média aumenta até se anular e tornar de tracção na fase de grandes deformações associadas ao colapso. A Figura 20 mostra o que se passa durante o carregamento de placas com m=6 na gama de esbelteza características do casco de navios.



Figura 19 - Estado de tensão no colapso de placas com *m*=6 e extensão correspondente



Figura 20 – Curvas tensão longitudinal e induzida para placas com *m*=6.

distribuição de tensões transversais А induzidas pelo carregamento longitudinal está representada na Figura 21. É visível que as bainhas se encontram carregadas em compressiva de uma forma bastante uniforme. Na zona central as tensões transversais são muito influenciadas pela forma da deformada. Nesta fase do carregamento desenvolvem-se deformações plásticas assinaláveis, que levam formação de linhas ou rotulas à de plastificação nas faces côncavas da placa. Tais rótulas são bem visíveis na Figura 22 e concordam com os modelos usuais.

As restantes placas com modo duplo do crítico e diferentes esbeltezas apresentam distribuição de tensões semelhantes a esta variando unicamente a intensidade das tensões induzidas.



Figura 21 – Tensão transversal no colapso em placa com *b/t*=40 e *m*=6



Figura 22 – Extensão plástica de von Mises

7. Conclusões

As placas restringidas podem apresentar uma resistência máxima superior à tensão de cedência em placas muito espessas e para modos das distorções baixos.

A resistência máxima destas placas depende muito do modo inicial predominante das distorções. A variação de resistência por alteração do modo predominante pode ser da ordem dos 20% ou mais.

Demonstrou-se que o modo que origina um mínimo na resistência máxima é o correspondente a uma sinusóide com comprimento de onda igual à largura da placa, isto é, $m=2\alpha$.

No entanto, placas com *m* maior ou igual a α +1 apresentam comportamento muito semelhante entre si na gama de esbelteza considerada.

Esta semelhança das curvas, para modos superiores a 4 em placas com α =3, permite afirmar que defeitos locais com amplitudes moderadas não afectam significativamente a resistência das placas.

O estado de tensões da placa é predominantemente biaxial. As tensões induzidas na direcção perpendicular ao carregamento podem atingir valores bastante elevados, gerando forças nas estruturas de suporte não negligenciáveis.

Surpreendentemente, a resistência última mínima de placas restringidas é inferior à das placas constrangidas cuja resistência última média é dada pela fórmula empírica de Faulkner, na gama usual de esbelteza de placas de navios.

Finalmente confirma-se a validade da fórmula da resistência última mínima para placas restringidas apresentada por Gordo (2002) dada pela equação (6) para placas com $m=\alpha+1$ e agora verificada para $m=2\alpha$, em particular para β superior a 1.

8. Referências

ANSYS (2007) Release 11.0, ANSYS Academic Teaching Mechanical version.

Faulkner, D. (1975) A review of effective plating for use in the analysis of stiffened plating in bending and compression. Journal of Ship Research, 19: 1-17.

Gordo, J.M. (2007) *Resistência Limite de Elementos de Placa Sujeitas a Compressão Longitudinal*, XXVIII CILAMCE - Congresso Ibero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia, Porto, paper 881.

Gordo, J.M., (2002) *Resistência longitudinal de navios*. Tese de Doutoramento, Lisboa: Instituto Superior Técnico; 450 pgs.

Gordo, J.M., Guedes Soares, C. e Faulkner, D. (1996), *Approximate assessment of the ultimate longitudinal strength of the hull girder*. Journal of Ship Research. 40(1):60-69.

Gordo, J.M. e Guedes Soares, C. (1993) Approximate load shortening curves for stiffened plates under uniaxial compression. editado por D. Faulkner, M. J. Cowling A. Incecik and P. K. Das. Integrity of Offshore Structures - 5; Glasgow. Warley, U.K.: EMAS; 189-211.